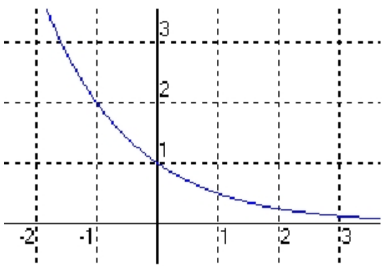
Fonctions exponentielles
Logarithme décimal

Fonctions exponentielles a est un réel strictement positif. La fonction exponentielle de base a est la fonction f définie par :

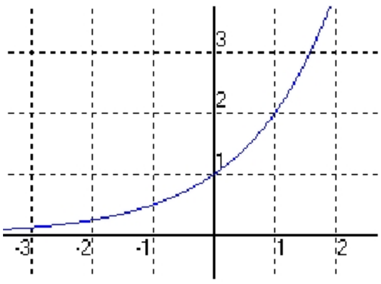
$$f(x) = a^x$$

pour tout réel x.

Variations de f On remarquera que a^x *est strictement positif pour toute valeur de* x.



si $0 < a < 1$, f est décroissante



si $a > 1$, f est croissante

Propriétés des fonctions exponentielles

$$a^{x+y} = a^x a^y \qquad a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \qquad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \qquad (a^x)^y = a^{xy}$$

Fonction logarithme décimal La fonction logarithme décimal est la fonction notée *log* définie pour tout réel x strictement positif par l'égalité :

$$\log(10^x) = x$$

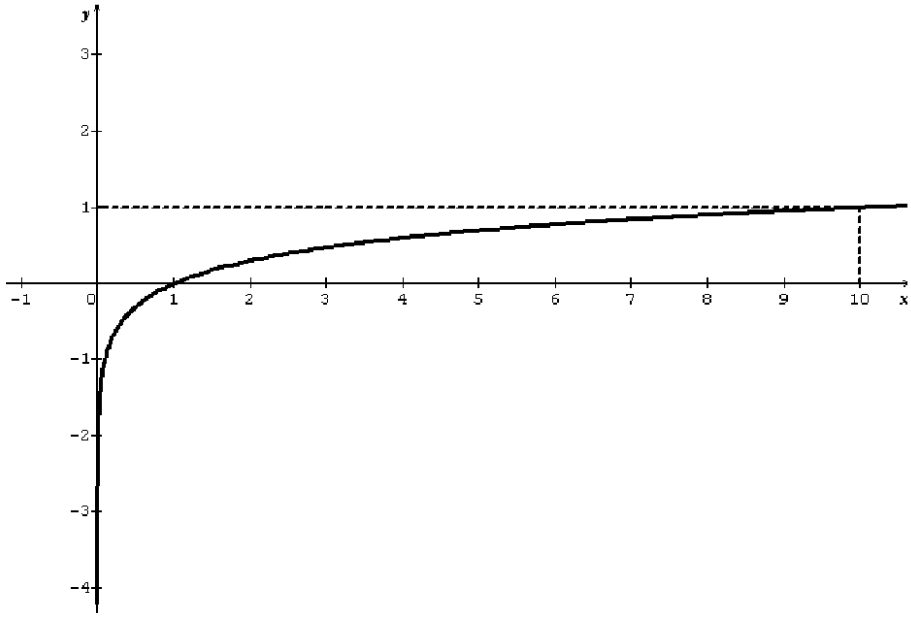
- le domaine de définition de $\log x$ est $]0; +\infty[$
- $\log 1 = 0$
- $\log 10 = 1$

Variations de log On remarquera que $\log x$ peut prendre toutes les valeurs de $]-\infty; +\infty[$ (et que chacune de ces valeurs est prise une seule fois).

- la fonction log est strictement croissante sur $]0; +\infty[$
- $\log x$ est négative pour $0 < x < 1$
- $\log x$ est positive pour $x > 1$

Propriétés de log Les nombres qui interviennent ci-dessous dans les logarithmes sont tous sensés être *strictement positifs.*

$$\log ab = \log a + \log b \qquad \log\frac{a}{b} = \log a - \log b \qquad \log\frac{1}{a} = -\log a$$



$$\log a^x = x \log a$$

$$\log \sqrt{a} = \frac{1}{2} \log a \qquad (car\ \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}})$$

$$\log a < \log b \Leftrightarrow a < b \qquad \log a = \log b \Leftrightarrow a = b \qquad \log a > \log b \Leftrightarrow a > b$$

$$\log x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \qquad \log x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \qquad \log x > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

Equations et inéquations

- Equation $\log x = k$: $x = 10^k$
- Equation $a^x = b$: mettre log de chaque côté. On arrive à : $x = \dfrac{\log b}{\log a}$
- Inéquations $a^x > b$ ou $a^x < b$: comme pour l'équation ci-dessus, mettre log de chaque côté. La seule chose à laquelle il faut faire très attention est le passage où l'on divise par $\log a$, car si $0 < a < 1$, il faut **inverser** le sens de l'inégalité.